Electricaltranslate.ir
09354955463

یک برنامه عدد صحیح آمیخته ی دو-سطحی برای برنامه ریزی حفاظتی زیرساخت بحرانی

چکیده ـــ آسیب پذیری به قطع ناگهانی سرویس به دلیل خرابکاری های عمدی و حملات تروریستی، یکی از تهدید های اصلی امروز می باشد. در این مقاله، ما یک فرمول بندی دو سطحی از مساله ی میانی بازدارندگی-r تقویت شده (RIMF) را ارایه می دهیم. RIMF مقرون بصرفه ترین روش برای اختصاص منابع حفاظتی میان تاسیسات یک سیستم موجود آسیب پذیر می باشد، بطوری که تاثیر مخرب ترین حمله به r تاسیسات حفاظت نشده، کمینه شود. این مدل بر مبنای مدل مکان میانی-p قدیمی می باشد و در آن فرض شده که بازده ی سیستم بر حسب هزینه های ارایه سرویس یا در دسترس بودن، اندازه گیری می شود. در فرمول بندی دو سطحی، مساله ی سطح بالا شامل تصمیماتی مربوط به اینکه کدام تاسیسات، تقویت شوند تا کمینه سازی کاهش بازده ی بدترین حالت، ناشی از از دست رفتن تاسیسات حفاظت نشده، انجام شود. خسارات ناشی از بدترین حالت، در مساله ی بازدارندگی سطح-پایین مدل شده است. ما مساله ی دو سطحی را از طریق یک الگوریتم شمارش ضمنی (IE) حل می کنیم، که این مساله متکی به پاسخ موثر مساله ی بازدارندگی سطح پایین می باشد. نتایج محاسبات گسترده نیز در اینجا آورده شده و با نتایج قبلی بدست آمده از مساله ی یک-سطحی، مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی: *برنامه نویسی دو سطحی؛ مدل های حفاظتی؛ مساله ی مکان میانی*

۱. مقدمه

امروزه یک مساله ی بحرانی در سیستم های پاسخ اضطراری، تغذیه و توزیع، تضمین پیوستگی و بازده در ارایه سرویس در مواجهه با تهدیدهای طبیعی و انسانی می باشد. اگر منابع حفاظتی برای افزایش مقاوم بودن و انعطاف سیستم محدود باشد، یک سوال کلیدی برای تشخیص اینکه از کدام تاسیسات باید _در موارد قطع شدگی های بیرونی یا خرابکاری های عمدی_ به منظور حفظ عملکرد سیستم تا حد امکان محفاظت شود، پیش می آید. این مقاله فرمول بندی تازه ای همراه با یک رویکرد جدید برای حل مساله ی میانی بازدارندگی-r تقویت شده (RIMF) ارایه می دهد، که این مساله در اصل توسط مرجع [۱] (Church and Scaparra) برای تعیین مقرون بصرفه ترین روش حفاظت تاسیسات در یک شبکه ی توزیع موجود در برابر بدترین حالت _قطع انرژی دراز مدت_ پیشنهاد شد. در این مدل یک سیستم با p تاسیسات عملیاتی و مجموعه کاربرانی که از نزدیکترین تاسیسات خود تغذیه می شوند، فرض شده است. بازده ی کل سیستم بر حسب فاصله ی وزنی کل بین کاربران و نزدیک ترین تاسیسات آنها اندازه گیری شده، و وزن ها تقاضای کاربر

برای کالا یا سرویس را تعیین می کند. این نوع اندازه گیری بازده، که مشخصه ی مساله ی مکان میانی-p معروف است، پیش از این در کاربردهای تنظیمی استفاده شده بود که در آن، دسترسی مصرف کننده به مراکز تامین هدف اصلی آنهاست. از این رو دسترسی مستقیما توسط فاصله ی بین مشتریان و نزدیک ترین تاسیسات آنها تعیین می شود. اگر به دلیل یک حمله در سیستم برخی از تاسیسات از مدار خارج شود، مشتریان بایستی سفر کرده یا از تاسیساتی که دورتر هستند، محموله (انرژی الکتریکی) را دریافت کنند. این کاهش در دسترسی به سرویس می تواند مسایل هزینه‌بر و گاهی مضر را بوجود آورد؛ بویژه اگر که این تاسیسات، کالا یا سرویس های ضروری (مانند بیمارستان ها، دارو، یا واکسن و غیره) را ارایه دهند. RIMF شامل تعیین اختصاص مقدار محدودی از منابع حفاظتی میان p تاسیسات از یک شبکه توزیع بوده، به طوری که کاهش دسترسی به دلیل بدترین حالت از دست رفتن تاسیسات حفاظت نشده ی $r(r < p)$ کمینه شود. در این مدل فرض شده که دقیقا q تعداد تاسیسات را می توان حفاظت کرده (که $q + r \leq p$) و یک حمله بر روی تاسیسات حفاظت شده، بی اثر خواهد بود.

مرجع [۱] این مساله را به صورت یک مساله ی عدد صحیح آمیخته (IMF) فرمول بندی کرده و آن را با استفاده از حل کننده ی تجاری شاخه-و-کران حل می کند. متاسفانه، تعداد متغیرها و قیود در مدل آنها، مستقیما با در نظر گرفتن یک شمارش ضمنی از همه ی راه های ممکن برای از دست رفتن r تعدد از p تعداد تاسیسات، تعیین می شود. به آسانی می توان دید که اندازه ی این مدل، به سرعت با افزایش p و r افزایش می یابد، به طوری که تنها مسایل با اندازه ی بسیار کم را می توان از طریق فرمول بندی IMF حل کرد. در یک تحقیق بعدی، مرجع [۳] یک روش جایگزین را با استفاده از مدل بهینه سازی عدد صحیح آمیخته برای حل این مساله، به نام MCPC ارایه داده است. این روش جدید بر مبنای فرمولبندی ماکزیمم تحت پوشش قرار دادن بوده و پس از یک کاهش مدل مشخص بصورت بهینه حل می شود که این مدل شامل پاسخ تکراری مسایل تحت پوشش قرار دادن ست می باشد. اگرچه این روش را می توان با سرعتی بسیار بیشتر از مدل قبلی حل کرد، دارای محدودیت هایی در نیاز به شمارش کامل همه ی راه های ممکن بازدارندگی r از p تاسیسات می باشد.

دراین مقاله، ما یک روش چایگزین بر مبنای فرمول بندی دو سطحی از RIMF را ارایه می دهیم که محدودیت های آن از رویکردهای قبلی کمتر است. در فرمول بندی دو سطحی، مساله ی سطح بالا شامل تصمیمات مدافع یا برنامه ریز سیستم در مورد اینکه کدام سیستم ایمن سازی یا محکم کاری شود، می باشد. هدف مدافع، کمینه سازی مجموع بدترین حالت فاصله های وزندار بین مشتریان و تاسیسات است که می تواند در پی از دست رفتن r تاسیاست از حفاظت نشده رخ دهد. از دست رفتن سناریوی بدترین حالت در پاسخ به یک استراتژی تقویتی داده شده، در مساله ی بازدارندگی سطح پایین مدل شده است، که در آن یک مهاجم بالقوه یا بازدارنده تصمیم می گیرد که به کدام یک از تاسیسات حفاظت نشده حمله کند تا بیشترین کاهش در بازده ی سیستم رخ دهد (یعنی مجموع فاصله های وزندار را ماکزیمم کند). مدل های بازدارندگی

بطور گسترده در چند سال گذشته به عنوان ابزاری برای ارزیابی آسیب پذیری سیستم به قطع یک نود یا ارتباط، مورد استفاده قرار گرفته است. مسایل بازدارندگی بصورت ذاتی دو سطحی هستند؛ این دو سطح شامل تصمیمات متناقض یک بازدارنده بوده که سعی به تضعیف عملکرد سیستم با غیرفعال کردن اجزای کلیدی آن را داشته، و تصمیمات کاربران سیستم که تلاش به عملکرد سیستم بصورت بهینه پس از بازدارندگی را دارند، می باشد. در مورد خاص ما، مساله ی مهاجم-کاربر را می توان به صورت یک مساله ی عدد صحیح آمیخته ی دو سطحی مدل سازی کرد، بطوری که آنچه در اصلی یک مساله ی مدافع-مهاجم-کاربر است را می توان به یک مساله ی دو سطحی min-max کاهش داد.

مسایل برنامه نویسی دو سطحی _حتی در ساده ترین شکل خود با فقط متغیرهای پیوسته_ در دسته ی مسایل NP-hard قرار می گیرند. به منظور حل مساله ی RIMF، یک الگوریتم جستجوی درختی مخصوص را پیشنهاد می کنیم. تلاش مخاسباتی در رویکرد پیشنهادی، وابسته به دشواری حل مساله ی بازدارندگی دو-سطحی (RIN) می باشد. از این رو چندینفرمول بندی مختلف از RIM را تست کرده و بصورت تجربی نشان می دهیم که با استفاده از فرآیند کاهش متغیر و تحکیم، می توان پیشرفت های محاسباتی قابل توجهی را بدست آورد. در نتیجه، اکنون قادر به حل مسایل RIMF با اندازه های بزرگ خواهیم بود که با رویکردهای پیشین قابل حل نبود.

تمرکز اصلی این مقاله بر روی توسعه ی یک روش الگوریتمی کارآمد برای حل مساله ی گسسته ی دو سطحی تقویت/بازدارندگی می باشد. در حالی که مسایل بازدارندگی توجه زیادی در نوشتارها بخود واداشته است، مساله ی پیچیده تری که شامل یک سطح اضافی از حفاظت بوده، تنها به صورت گذرا توسط چند محقق [۹، ۷] اشاره شده است. تا آنجایی که نویسندگان این مقاله اطلاع دارند، هیچ الگوریتم کارآمدی ارایه نشده که به مساله ی سه سطحی مدافع-مهاجم-کاربر بپردازد. مسایل IMF و MCPC نخستین تلاش ها در این جهت بوده، اما آنها بر روی برخی از فرضیات ساده کننده تکیه دارند. رویکرد جدید این فرضیات را حذف کرده و مقیاس پذیری و جامعیت مدل را بهبود می بخشد.

بقیه ی این مقاله بدین صورت سازمان یافته است. در بخش بعدی، ما بطور خلاصه نوشتارهای مربوطه در مورد مدل سازی قابلیت اطمینان، بازدارندگی و تقویت را مرور می کنیم. در بخش ۳، RIMF را به صورت یک مساله ی عدد صحیح آمیخته ی دو سطحی فرمول بندی کرده و مشکلات موجود در حل مساله را با ساختارهای min-max تودرتو مورد بحث قرار می دهیم. در بخش ۴، یک تکنیک جستجوی درختی مناسب برای حل بهینه ی RIMF، ارایه می دهیم. در بخش ۵ بر روی چگونگی ساده سازی رویکرد پاسخ با حل فرمول بندی های فشرده ی مخصوص از مساله ی بازدارندگی سطح-پایین، بحث می کنیم. در پایان نیز نتایج محاسبات همراه به مجموعه ای از نتیجه گیری ها و توصیه ها برای تحقیقات آینده در بخش ۶ آورده خواهد شد.

۲. پیش‌زمینه

نیاز به ابزارهای سیستماتیک و تحلیلی برای پرداختن به مسایل آسیب پذیری سیستم و سرمایه گذاری ایمنی، بطور گسترده در میان دانشگاه ها و متخصصان معرفی شده است. با این حال، هنوز هم تا حد زیادی نیاز به مطالعه ی مدل های ریاضی و تکنیک های بهبود ایمنی سیستم می باشد. تحقیقات پیشین در این زمینه، اساسا بر روی تحلیل منابع ریسک تمرکز داشته و راهنماهای کلی برای کاهش تاثیرات مخرب حملات به سیستم با توجه به قابلیت آن در عملکرد موثر را بیان کرده است (برای مثال می توانید به مراجع [۱۱، ۱۲] مراجعه کنید). توجه نسبتا کمی به بهینه سازی واقعی ایمنی و قابلیت اطمینان در سیستم های لجستیک متوجه گشته است.

بطور سنتی، تحلیل قابلیت اطمینان سیستم، متناسب با مطالعه ی شبکه های ارتباط از راه دور بوده و شامل طراحی توپولوژی های شبکه می باشد که در برابر خرابی نودها یا خطوط ارتباطی مقاوم می باشد. در نظریه شبکه، قابلیت اطمینان به صورت توانایی سیستم در حفظ اتصال نود در شرایط خرابی های تصادفی بوده و عمدتا بر مبنای رویکردهای pathset و cutset برای تحلیل اتصال می باشند. در سیستم های تولید و توزیع، ایده ی قابلیت اطمینان کمی متفاوت می باشد؛ چرا که تمرکز اصلی دیگر در آن بر روی اتصال نود-به-نود در خرابی های اجزا نیست، بلکه بر روی تامین توان تحویلی و سرویس به مشتریان به صورت کارآمد، بهنگام و مقرون بصرفه _حتی در شرایط قطع شدگی های عمدی_ می باشد.

تنها تعداد اندکی از مقالات، قابلیت اطمینان و امنیت را در سیستم های لجستیک مورد بحث قرار دادند. مراجع [۱۶] و [۱۷] مساله ی مکان میانی-p غیرقابل اطمینان را مورد آزمون قرار داده که در آن p تعداد تاسیسات غیرقابل اطمینان بایستی طوری مکان یابی شوند تا فواصل سفر مورد انتظار بین مشتریان و تاسیسات، کمینه گردد. مرجع [۱۸] چندین روش ریاضی برای بهبود قابلیت اطمینان و مقاوم بودن در زنجیره ی تامین را از طریق انتخاب بهینه ی منابع، ارایه می دهد. مرجع [۱۹] چندین روش قابلیت اطمینان برای یافتن مکان بهینه ی تاسیسات به منظور کمینه سازی هزینه های عملکرد منظم و نیز هزینه های انتظاری ناشی از عدم دسترسی به برخی از تاسیسات را، ارایه می دهد. در پایان، مرجع [۲۰] مدلی برای طراحی سیستم های سرویس نوع-پوشش را پیشنهاد می کند. این مدل[۲۰] مکان های بهینه ی مجموعه ای از تاسیسات را به منظور بهینه سازی ترکیبی از پوشش تقاضای اولیه و کمینه سطح پوشش در پی از دست رفتن یک یا چند تاسیسات، پیدا می کند.

در همه ی مدل های بالا، نویسندگان نشان می دهند که اثر از دست رفتن تاسیسات را می توان در طراحی اولیه ی یک سیستم، کاهش داد. هر چند، طراحی دوباره ی کل یک سیستم _با توجه به هزینه های بسیار زیاد برای مکان یابی دوباره تاسیسات یا تعویض منابع_ همیشه یک راه حل مناسب نخواهد بود. در

عوض، روش هایی برای حفاظت ساختارهای موجود علاوه بر اولویت نسبت به روش های کوتاه مدت، می تواند پیشرفت های بسیار بیشتری در بهبود قابیلت اطمینان نسبت به استراتژی های طراحی غیرفعال ارایه کند. بعلاوه، بیشتر روش های بالا برای مدل سازی شرایطی مناسب بوده که در آن مسایل طبیعی یا تصادفی نگرانی اصلی هستند. واضح است که مدل سازی استراتژی های حفاظتی در برابر حملات عمدی، بسیار متفاوت با حفاظت بهینه در برابر بلایای طبیعی می باشد. در واقع، طبیعت بصورت تصادفی حمله کرده، اما دشمن هوشمند تلاش کرده تا بیشترین زیان را تحمیل کرده و می تواند استراتژی های حمله ی خود را متناسب با اقدامات حفاظتی طراحی شده، تنظیم کند. در این مقاله، ما تمرکز خود را بر روی مسایل نوع دوم متمرکز می کنیم.

گام نخست در مدل سازی حملات حساب شده و منطقی، استفاده از مدل های بازدارندگی می باشد. مدل های بازدارندگی که نخست برای کاربردهای نظامی مطالعه شده است، اساسا برای ارزیابی اثر از دست رفتن ارتباط ها یا نودهای حیاتی در شبکه های حمل و نقل کاربرد داشته است. انواعی از مدل ها که بر حسب اهداف و ساختارهای شبکه تحت ان با هم تفاوت دارند، در نوشتجات پیشنهاد شده است. برای مثال، اثر بازدارندگی بر روی ماکزیمم جریان عبوری از یک شبکه، در مراجع [۴] و [۵] مورد مطالعه قرار گرفته است. مرجع [۲۱] یک تغییر تصادفی از این مساله را پیشنهاد می کند. مرجع [۲۲] و مرجع [۲۳] اثر حذف قوس بر روی طول با کوتاه ترین مسیر بین دو نود، را تحلیل می کنند. مرجع [۲۴] نسخه ی چندکالایی مساله ی کوتاه ترین مسیر را با هدف ارزیابی کاهش سودهای محموله به دلیل بازدارندگی های قوس، بررسی می کند. مروری بر مدل های بازدارندگی قبلی در مرجع [۶] آورده شده است. مرجع [۶] همچنین دو مدل بازدارندگی تاسیسات را با نام های مدل بازدارندگی تاسیسات میانی (RIM) و مدل بازدارندگی تاسیسات پوشش دهنده (RIC) توسعه داده است که مجموعه منابع یا سیستم های پاسخ اضطراری را که موجب قطع بیشترین سرویس را می شوند، تعیین می کند.

مدل های بازدارندگی می تواند به آشکارسازی ضعف های شدید در یک سیستم، کمک کند. هر چند، این مدل ها بطور ضمنی مساله ی بهینه سازی امنیت را مورد کنکاش قرار نمی دهند. به راحتی می توان نشان داد که ایمن سازی این تاسیسات که به عنوان تاسیسات بحرانی در یک پاسخ بازدارندگی بهینه مشخص شده اند، لزوما بیشترین محافظت در برابر یک حمله ی مخرب را ارایه نخواهد داد. بازدارندگی بهینه، تابعی از آنچه که تقویت شده می باشد؛ از این رو ثبت این وابستگی درونی در یک چارچوب مدل سازی، اهمیت دارد. در این مقاله، ما مساله ی بهینه سازی امنیت یا تقویت مجموعه ای از تاسیسات موجود را به منظور خنثی کردن هر چه بیشتر اثرات بازدارندگی، مورد بحث قرار می دهیم. مساله ی تقویت/بازدارندگی منتج شده را می توان در یک چارچوب تیوری بازی به صورت رهبر-پیرو یا بازی Stackelberg توصیف کرده و آن را به صورت یک مساله ی برنامه نویسی دو سطحی به صورتی که در بخش بعدی تشریح می شود، آنرا فرمول بندی کرد.

۳. فرمول بندی RIMF به صورت یک مساله ی برنامه نویسی دو سطحی

فرض می کنیم که یک سیستم تشکیل شده از p تاسیسات، وجود دارد. مجموعه ی p تاسیسات در حال کار در سیستم را با F، و تعداد n گره ی تقاضا را با N نشان می دهیم. عناصر موجود در این مجموع هها به ترتیب با j و i نشان داده می شوند. تقاضا برای سرویس در هر نود i، به صورت ai بوده و کوتاه ترین فاصله (یا هزینه ی حمل واحد) بین تاسیسات در j و نقطه ی تقاضا i، به صورت dij نشان داده می شود. فرض می کنیم که در پیکربندی اولیه، تقاضا در هر نقطه کاملا توسط نزدیک ترین تاسیسات به آن نقطع تغذیه می شود، و اینکه اگر آن تاسیسات به دلیل بازدارندگی از دست رود، تقاضا توسط نزدیک ترین تاسیسات بعدی از بین تاسیساتی که بازدارندگی به آنها آسیبی نزده تامین می شود. ما فرض می کنیم که هم منابع مهاجم و هم منابع حفاظتی محدود هستند، بطوری که در نهایت می توان به r تاسیسات حمله کرد، و حداکثر می توان q تعداد تاسیسات را در برابر بازدارندگی محکم کاری کرد.

RIMF را می توان به عنوان یک بازی شامل تصمیمات پی در پی دو بازیکن دید: یک برنامه ریز تاسیسات (رهبر) نخست تصمیم می گیرد که کدام q تاسیسات تقویت شود تا سیستم به کارآمدترین حد ممکن در شرایط بازدارندگی عمل کند؛ سپس یک بازدارنده (پیرو) تلاش کرده تا بازده ی سیستم را تا حد ممکن با حمله به r تعداد تاسیسات حفاظت نشده، کاهش دهد. توجه شود که مساله ی بازدارنده برای محاسبه ی ارزش هر برنامه ی تقویت بر مبنای از دست رفتن بدترین-حالت، بکار می رود. از این نظر، می توان فرض کرد زمانی که بازدارنده تاسیسات مورد حمله ی خود را انتخاب می کند، او اطلاعات کامل در مورد تاسیسات حفاظت شده دارد. در صورتی که این فرض را حذف کنیم، ممکن است بازدارنده منابع حمله را با حمله کردن به تاسیسات تقویت شده، به هدر داده و در این صورت حمله ی او نشان دادن بدترین حالت نخواهد بود.

فرمول بندی دو سطحی RIMF از مجموعه های متغیرهای تصمیم گیری زیر استفاده می کند:

اگر تاسیسات قرار گرفته در j تقویت شده باشد، zj = 1، در غیر این صورت، Zj = 0.

اگر تاسیسات قرار گرفته در j حذف شود، یعنی بازدارندگی رخ دهد، sj = 1، در غیر این صورت sj = 0.

اگر نقطه ی تقاضا i توسط یک تاسیسات در j پس از بازدارندگی تامین شود، xij = 1، در غیر این صورت xij = 0.

متغیرهای zj و sj به ترتیب نشان دهنده متغیرهای تقویت سطح بالا و متغیرهای بازدارندگی سطح پایین می باشند. ارزیابی بازده سیستم همچنین نیازمند تعریف متغیرهای انتساب xij می باشد که نشان دهنده ی انتخاب های کاربر است. بعلاوه، در فرمول بندی از مجموعه ی

$T_{ij} = \{k \in F | k \neq j \text{ and } d_{ik} > d_{ij}\}$ استفاده می شود؛ یعنی مجموعه ای از مکان های موجود (بغیر از j) که فاصله ی آنها به اندازه ی فاصله j از تقاضای i یا بیشتر از آن است.

RIMF را می توان به زبان ریاضی به صورت زیر نوشت:

$$\min \quad H(\mathbf{z}) \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in F} z_j = q, \tag{2}$$

$$z_j \in \{0, 1\} \ \forall j \in F, \tag{3}$$

که در آن

$$H(\mathbf{z}) = \max \quad \sum_{i \in N} \sum_{j \in F} a_i d_{ij} x_{ij} \tag{4}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in F} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N, \tag{5}$$

$$\sum_{j \in F} s_j = r, \tag{6}$$

$$\sum_{h \in T_{ij}} x_{ih} \leqslant s_j \quad \forall i \in N, \ j \in F, \tag{7}$$

$$s_j \leqslant 1 - z_j \ \forall j \in F, \tag{8}$$

$$s_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in F, \tag{9}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \ j \in F. \tag{10}$$

در فرمول بندی دو سطحی (۱) – (۱۰)، رهبر و پیرو اهداف متضادی دارند. یعنی رهبر دقیقا q منابع تقویت را تخصیص داده (۲) تا تابع بازده H(1) را کمینه سازد، که نشان دهنده بالاترین سطح ممکن فاصله ی وزندار یا هزینه های ناشی از از دست رفتن r از p تعداد تاسیسات می باشد. معنی H در مساله ی رهبر تاکید می شود که هدف آن شامل بیشینه ساختن فاصله ی وزندار یا هزینه ی سرویس پس از حذف r تاسیسات می باشد.

مساله ی سطح پایین (۴)-(۸)، مساله ی بازدارندگی RIM بوده که توسط مرجع [۶] فرمول بندی می شود و قیود (۸) که از بازدارندگی هر سایتی که در مساله ی سطح بالا برای تقویت انتخاب شده بود، به آن اضافه می گردد. در مساله ی بازدارندگی، قیود (۵) بیان می دارد که هر نقطه ی تقاضا بایستی پس از بازدارندگی به یک تاسیس اختصاص یابد. قیود (۶) مشخص می کند که تنها r تعداد تاسیسات را می توان بازداشته (مورد حمله ی بازدارنده قرار داد). قید (۷) تثبیت می کند که هر نقطه ی تقاضا بایستی پس از بازدارندگی به نزدیک ترین تاسیسات باز خود اختصاص یابد. بویژه، این قیود بیان می دارند که اگر یک تاسیسات داده شده i بازداشته نشود (sj = 0)، مشتری j را نمی توان با تاسیساتی که دور تر از j نسبت به i است، تامین کرد. این نوع از قید نزدیک ترین اختصاص (CA)، پیش از این در مرجع [۲۷] برای تعیین مکان تاسیسات انرژی، و در مرجع [۲۸] در مدل های مکان نیروگاه، بکار رفته است. سازه های جایگزین که در مراجع برای تاکید CA پیشنهاد شده است، در بخش ۵,۳ مورد بحث قرار می گیرد.

قیود (۸) مساله ی سطح بالا و سطح پایین را به هم پیوند می دهد. در بقیه ی این مقاله، ما از مساله ی سطح پایین که شامل قیود (۸) است، به عنوان RIM قیدی (CRIM) یاد می کنیم؛ زیرا چیزی که تقویت شده، طبیعتا دارای قید است. در پایان، قیود (۳)، (۹) و (۱۰) به ترتیب نشان دهنده ی الزامات یکپارچگی برای تقویت، بازدارندگی و متغیرهای انتساب می باشند. در حل این مدل، تنها برای متغیرهای بازدارندگی نیاز به محدودیت های عدد صحیح sj می باشد؛ زیرا پاسخ بهینه با متغیرهای xij کسری، تنها زمانی رخ می دهد که ارتباطی با نزدیک ترین تاسیسات باقی مانده وجود داشته باشد. این موارد، اگرچه مورد علاقه است، بر روی بهینگی پاسخ تاثیر نمی گذارد.

توجه شود که این آرایش، لزوما نیازمند این نیست که مشتریان نخست به تاسیسات نزدیکتر آنها تخصیص یابند و به آسانی می توان آن را با شرایط مدل تنظیم کرد که در آن مشتریان آزاد به انتخاب تاسیسات خود می باشند. مدل سازی این مورد، تنها نیازمند این است که ترجیح مشتری برای ترتیب تاسیسات، برای برنامه ریز شبکه و بازدارنده ی فرضی، معلوم باشد. قیود CA را هنوز می توان برای ثبت ترتیب ارجحیت، بکار برد (برای مثال به [۲۸] مراجعه شود).

جزییات راجع به برنامه نویسی دو سطحی را می توان در مراجع [۲۹] و [۳۰] یافت. اگرچه کاربردهای بسیاری برای برنامه نویسی دو سطحی را می توان در نوشتجات _هنگامی که همه ی متغیرها پیوسته باشند_ یافت، تعداد اندکی از کاربردها منتشر شده که شامل متغیرهای گسسته هست (برای مثال بنگرید به [۳۳]). مشکلات ناشی از حضور محدودیت های عدد صحیح در یک فرمت دو سطحی، در مراجع [۳۱] و [۳۲] تشریح شده است. بطور کلی، دشواری در حل این مسایل، وابسته به این موارد می باشد: (۱) کلاس برنامه های دو سطحی گسسته، و (۲) موقعیت متغیرهای سطح بالا در مساله ی سطح پایین. مساله ی RIMF را می تواند به پیچیدگی محدودیت های عدد صحیح ظاهر شده در هر دو سطح دسته بندی کرد، و متغیرهای سطح بالا قیود مساله ی سطح پایین را تعیین می کند. تحقیق درباره ی حل مسایل برنامه نویسی دو سطحی گسسته، بسیار محدود می باشد (برای مثال به [۳۱، ۳۲] مراجعه شود). مرجع [۳۴] سه دسته ی اصلی از رویکردهایی را که می توان از آنها برای بدست آوردن مدل های دارای محاسبات معقول از مسایل دو سطحی دشوار استفاده کرد، تعیین می کند: تجزیه، دوگانی و فرمول‌بندی مجدد. تجزیه، شامل استفاده از الگوریتم های صفحه ی برش بوده و اغلب برای حل مسایل با قیود مستقل-از-پارامتر در مساله ی سطح پایین مشخص می شود. یک تلاش اولیه در حل RIMF با استفاده از تجزیه ی بندرز، نشان داده است که این رویکرد برای پرداختن به مسایل با ساختار پارامتریک RIMF، بسیار کُند می باشد. دوگانگی شامل گرفتن دوگان مساله ی داخلی به منظور بدست آوردن یک مساله ی min-min یا max-max تودرتو که بتوان آن را به صورت یک مساله ی یک-سطحی حل کرد، می باشد. از این روش به تکرار در حل مسایل جریان عبوری شبکه دو سطحی که در آن مسایل جریان عبوری داخلی پارامتریک خطی هستند، استفاده می شود. متاسفانه، RIM این ویژگی را ندارد، بطوری که گرفتن دوگان آن یک گزینه ی عملی نیست. فرمول بندی مجدد، مستلزم یافتن ساختارهای

مدل معادل که پردازش آنها آسان تر است، می باشد. به عنوان مثال، می توان جریمه ها را به هدف پیرو اضافه کرد تا متغیرهای رهبر از قیود پیرو، حذف شود. تا آنجا که نویسندگان این مقاله می دانند، تبدیلات مشابه را نمی توان به RIMF اعمال کرد. هر چند، مدل های تک سطحی برای RIMF که در مرجع [۱] و مرجع [۳] آورده شده است را می توان در قالب استراتژی های فرمول بندی مجدد به حساب آورد، زیرا هدف آنها بدست آوردن فرمول بندی های قابل حل با بهینه سازی های عدد صحیح آمیخته است. در بخش بعدی، ما رویکردی کارآمدتر برای حل RIMF را که برای ساختار دو سطحی مخصوص این مساله مناسب است، پیشنهاد خواهیم کرد.

۴. حل RIMF به عنوان یک مساله ی دو سطحی

برای حل فرمول بندی دو سطحی (۱)-(۱۰) مساله ی RIMF، ما یک الگوریتم IE را پیشنهاد می کنیم. کل رویکرد بر مبنای یک مشاهده ی ساده که توسط مرجع [۱] انجام شده می باشد که در زیر با استفاده از یک چارچوب رهبر-پیرو بازنویسی شده است.

مشاهده ۱. فرض کنیم I مجموعه ی r بازدارندگی در پاسخ بهینه ی مساله ی RIM سطح پایین (۴)-(۱۰) بدون تقویت باشد. آنگاه مجموعه ی بهینه از q تقویت انتخاب شده توسط رهبر بایستی شامل حداقل یکی از r تاسیسات در I باشد.

این مشاهده را می توان به آسانی با در نظر گرفتن اینکه آیا هیچ کدام از تاسیسات در مجموعه بازدارندگی بهینه حفاظت شده است یا خیر، توصیف کرد، پس هنوز از امکان بازدارندگی همه ی آنها و بدترین حالت ممکن از بازدارندگی جلوگیری نشده است. اگرچه حداقل یکی از r مکان بایستی عضوی از I باشد، این ویژگی لزوما برای بیش از یک مکان I صدق نمی کند.

نظریه ی اصلی روش پیشنهادی، بهره برداری از مشاهده ۱ به صورت بازگشتی می باشد تا تعداد پاسخ هایی که نیاز به ارزیابی در یک درخت شمارش را دارند، کاهش یابد. این روش را می توان با عبارات ساده مطرح کرد. ما با حل مساله ی بازدارندگی پیرو بدون تقویت، در نود ریشه ی درخت شمارش کار را آغاز می کنیم. پس مجموعه ی بدست آمده از بازدارندگی های بهینه را با I نشان می دهیم. طبق مشاهده ی ۱، رهبر بایستی سپس حداقل یکی از این تاسیسات را محکم کاری کند. از این رو، ما بطور تصادفی یک محل (سایت) j از این مجموعه انتخاب کرده و در متغیر تقویت zj آن را _با قرار دادن آن بر روی ۱ یا صفر_ شاخه می زنیم. هر شاخه منجر به یک نود جدید در درخت شمارش می شود که مطابق با یکی از موارد زیر، پردازش می شود:

۱. این نود با قرار دادن یک متغیر zj بر روی ۱، بدست می آید. در این صورت، به صورت زیر پیش خواهیم رفت:

a. مساله ی CRIM را حل می کنیم که در آن بازدارندگی همه ی متغیرهای zj برابر با ۱ از مسیر ریشه به نود کنونی، را مسدود کرده تا یک پاسخ بهینه ی جدید برای مساله ی پیرو و مجموعه بازدارندگی بهینه ی I بدست آید.

b. اگر مسیر ریشه تا نود کنونی دقیقا شامل q متغیر تقویت برابر با ۱ باشد (یعنی همه ی منابع تقویت مورد استفاده قرار گرفته باشند)، نود تحت ملاحظه یک نود برگ است و می توان دیگر آن را در نظر نگرفت. در غیر این صورت (یعنی هنوز منابع تقویت بیشتری در دسترس باشد)، مجموعه ی تقویت های کاندید را مطابق با پاسخ جدید به CRIM و بهره ی شاخه در یکی از متغیرهای مربوط به تاسیسات در مجموعه ی کاندید، به روز رسانی می کنیم.

۲. نود با قرار دادن متغیر zj بر روی صفر، بدست می آید. این یعنی هیچ یک از تاسیسات در مجموعه تقویت کاندید از نود والد، هنوز تقویت نشده است. پس نیاز به تقویت حداقل یکی از تاسیسات باقی مانده می باشد (به جز j). دو مورد امکان پذیر است:

a. پس از حذف شدن j، مجموعه ی کاندید تقویت تهی باشد. در این صورت، نود حاضر، نود فاتوم است.

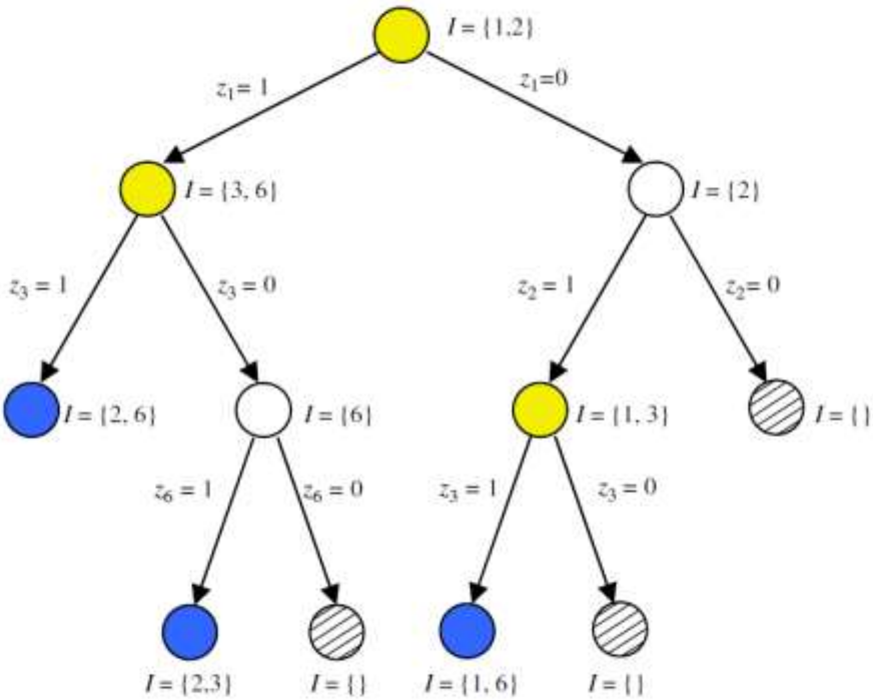
b. در غیر این صورت، ما تاسیس دیگری از مجموعه ی کاندید انتخاب کرده و با شاخه زدن در متغیر متناسب با تاسیسات انتخاب شده، دو نود فرزند بعدی را تضمین می کنیم.

این فرآیند آنقدر تکرار می شود تا همه ی نودها، یا نود فاتوم یا برگ شوند. برگی که دارای کمترین تابع هدف است، پاسخ بهینه را مشخص می کند: با ردیابی از آن نود به ریشه، می توان مجموعه تقویت بهینه را بازیابی کرد.

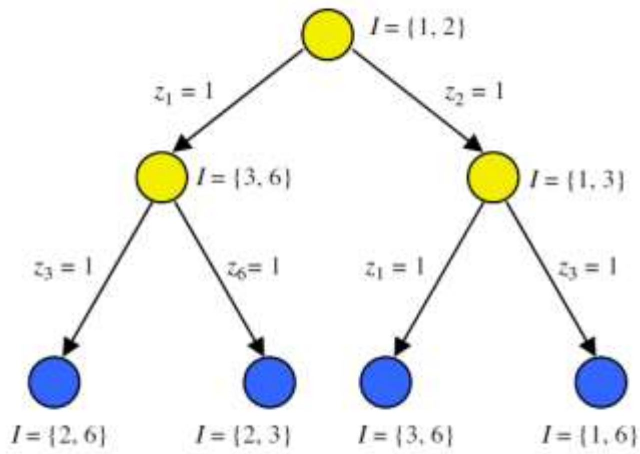
یک مثال از چگونگی عملکرد این الگوریتم در عمل، در شکل ۱ آورده شده که درخت باینری تولید شده برای حل یک مساله ی ساده با شش تاسیسات در حال کار را (با شماره ی ۱ تا ۶)، دو بازدارندگی و دو تقویت، نشان می دهد. این تصویو مجموعه تقویت های کاندید متناسب با هر نود در درخت و متغیرهای شاخه ی انتخاب شده در هر نود را نشان می دهد. نودهای هاشور زده، نشان دهنده ی نودهای فاتوم بوده در حالی که نودهای سایه‌دار نشان دهنده ی نقاطی است که یک مساله ی CRIM حل می شود. از میان آنها، سایه های تاریک نشان دهنده ی نودهای برگ است. پاسخ بهینه برای مساله ی میانی ۲-بازدارندگی بدون تقویت در نود ریشه، شامل بازدارندگی تاسیسات ۱ و ۲ می باشد. تاسیسات ۱ بصورت تصادفی از مجموعه ی بازدارندگی بهینه انتخاب شده و متغیر مربوطه z1 شاخه زده می شود. هنگامی که فرزند باقی مانده پردازش می شود (z1 = 1)، یک CRIM جدید با این محدودیت که تاسیسات ۱ را نمی توان بازداشته، حل می گردد. مجموعه ی بازدارندگی جدید، شامل تاسیسات ۳ و ۶ می باشد. از آنجایی که رهبر دارای منابع کافی برای محکم کاری تاسیسات دیگر است، این فرآیند با شاخ زدن روی z3 تکرار شده و به همین ترتیب ادامه می یابد. پردازش یک فرزند باقیمانده (یعنی نود بدست آمده با قرار دادن z1 = 0)، تنها نیازمند آپدیت کردن مجموعه تقویت

کاندید _با حذف تاسیسات متناسب با متغیری که بر روی صفر ست شده است_ می باشد. آنگاه دو شاخه جدید با ثابت کردن یکی از متغیرهای باقیمانده، ایجاد می شود (مگر اینکه مجموعه ی منتخب، تهی باشد که در این صورت نود فاتوم است).

توجه شود که این روند جستجوی درختی، امکان تعیین همه ی پاسخ های بهینه به مساله ی دو سطحی را می دهد، در صورتی که بیش از یکی موجود باشد. در عمل، این الگوریتم را می توان با استفاده از بازگشت و ردیابی، پیاده سازی کرد. آرایش انتخاب متغیرهای شاخه بی اهمیت می باشد، زیرا همه ی تقویت های ممکن از مجموعه ی کاندید، سرانجام در طی ساخت درخت در نظر گرفته می شود.



شکل ۱. جستجوی درختی باینری. مثال با $p = 6$، $q = 2$ و $r = 2$.



شکل ۲. جستجوی درختی. مثال با $p = 6$، $q = 2$ و $r = 2$.

عملیاتی که سنگین ترین محاسبات را در این روند دارد، حل مسایل CRIM عدد صحیح آمیخته به بهینگی می باشد. در پیاده سازی ما، مسایل CRIM با استفاده از حل کننده ی MIP همه-منظوره ی Cplex 9.0 حل شده است. ویژگی خوب این رویکرد، این است که مسایل پیرو از خراش در هر تکرار حل نمی شود. بلکه نسبتا، مساله ی CRIM در هر نود توسط مساله ی حل شده در نود والد _با ثابت قرار دادن متغیر بازدارندگی مربوط به آخرین تقویت آنجام شده بر روی صفر_ تولید می شود. پاسخ بهینه برای مساله ی CRIM در نود والد را می توان آنگاه به عنوان راه حل آغاز برای مساله ی جدید برای صرفه جویی در زمان محاسبات، بکار برد. یک کران بالا برای تعداد مسایل پیرو که توسط روند شمارش حل شده است، در پیشنهاد زیر آورده شده است.

پیشنهاد ۱. الگوریتم IE جستجوی درختی، در نهایت $(r^{q+1} - 1)/(r - 1)$ تعداد مسایل CRIM را حل می کند که r تعداد بازدارندگی ها و q تعداد تقویت ها می باشد.

اثبات. یک پیاده سازی غیر-باینری از استراتژی جستجو را در نظر بگیرید که در هر نقطه به اندازه ی تعداد بازدارندگی ها r، شاخه می سازیم. هر شاخه نشان دهنده ی تقویت یکی از تاسیسات بازداشته شده در مجموعه ی بهینه است و منجر به یک نود می شود که مساله ی CRIM در آن حل شده تا تقویت جدید انجام شده، در نظر گرفته شود. بنابراین یک نمونه از درخت که برای مساله ی شکل ۱ بدست آمده، در شکل ۲ ترسیم شده است. به آسانی می توان دید که درخت کامل شمارش که بدین روش ساخته شده، به اندازه ی تعداد تقویت ها q دارای سطوح می باشد. آنگاه درخت منتج شده، دارای توده-d با d = r و عمق q می باشد. تعداد نودها در این درخت، و در نتیجه تعداد CRIM های حل شده، برابر با $(r^{q+1} - 1)/(r - 1)$ می باشد (برای مثال به مرجع [۳۵] مراجعه شود). هر چند، در یک پیاده سازی غیر-باینری از درخت جستجو، همین تقویت ها را می توان در امتداد شاخه های مختلف درخت، تکرار کرد و سپس همان CRIM را می توان

چندین بار حل کرد. یک پیاده سازی باینری بر این مساله با اجتناب از تکرار یک الگوی تقویت، غلبه می کند. از این رو، تعداد $(r^{q+1} - 1)/(r - 1)$ تنها یک کران بالایی بر روی تعداد CRIMهایی است که واقعا در طی یک جستجوی باینری حل شده اند.

پیشنهاد بالا نشان می دهد که اندازه ی درخت شمارش و در نتیجه، تعداد مسایل CRIM حل شده در طی جستحو، مستقل از p می باشد. واضح است که پارامتر p بر روی اندازه ی مسایل CRIM و زمان محاسبات برای حل آنها تاثیر می گذارد. حتی با اینکه تعداد مسایل CRIM حل شده، محدود به پیشنهاد ۱ است، این عدد می تواند نسبتا بزرگ باشد و از این رو از هیچ تلاشی برای کاهش زمان حل CRIM نباید دریغ شود در بخش بعدی، ما فرآیند های مختلف را که با آنها می توان حل CRIM را سرعت بخشید، تشریح می کنیم.

۵. حل کارآمد RIM و CRIM

تلاش محاسباتی روند IE پیشنهاد شده، تا حد زیادی توسط بازده ای که مساله ی بازدارندگی سطح پایین را می توان حل کرد، تعیین می شود. به آسانی می توان دید که هر کاهش در زمان محاسبه برای حل CRIM ها به بهینگی، می تواند بر روی سرعت کل الگوریتم تاثیر مثبت بگذارد. بسط CRIM سرراست می باشد، زیرا قیود (۸) تحت تاثیر اصلاحات انجام شده ی اخیر، قرار ندارد. سپس نشان می دهد که چگونه فرمول بندی جدید، بازده و مقیاس پذیری رویکرد کلی ما را بهبود می بخشد. بویژه، ما کاهش های ممکن در مدل، تحکیم های متغیر و فرمول بندی های جایگزین قیود CA را بررسی می کنیم. همچنین به طور خلاصه بر روی پیشرفت محاسباتی بدست آمده از معرفی این اصلاحات، اظهار نظر می کنیم. این اصلاحات در متن RIM توصیف می شود، اما برای CRIM نیز به همین سان کاربرد دارد.

۵,۱ کاهش مدل

فرمول بندی RIM را می توان با حذف متغیرهای مشخص، کاهش داد. به ازای یک مساله ی داده شده شامل p تاسیاست موجود و تقویت r تاسیسات، می توان مشاهده کرد که بدترین حالت برای یک نقطه تقاضای داده شده زمانی رخ می دهد که r نزدیک ترین تاسیسات به نقطه تقاضا بازداشته شده باشد. این یعنی بدترین حالت به ازای یک نقطه تقاضای داده شده i، زمانی رخ می دهد که نقطه ی تقاضا می بایست با $r + 1^{st}$ نزدیک ترین تاسیسات، تامین شود. از این مشاهدات می توان برای کاهش اندازه ی RIM با تعریف مجموعه های اضافی زیر، استفاده کرد:

Gi مجموعه ی $r + 1^{st}$ نزدیکترین تاسیسات به نقطه تقاضا i پیش از بازدارندگی

Uij $\{k \in G_i | k \neq j \text{ and } d_{ik} > d_{ij}\}$، مجموعه ی سایت های موجود (بغیر از j) که دارای فاصله ای برابر یا بیشتر از j نسبت به مشتری i می باشند، اما فاصله آنها بیشتر از $r + 1^{st}$ نزدیکترین سایت از i نیست

Fi مجموعه ی r نزدیک ترین سایت به مشتری i پیش از بازدارندگی.

RIM را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\max \sum_{i \in N} \sum_{j \in G_i} a_i d_{ij} x_{ij} \tag{11}$$

s.t.

$$\sum_{j \in F} s_j = r, \tag{12}$$

$$\sum_{j \in G_i} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N, \tag{13}$$

$$\sum_{h \in U_{ij}} x_{ih} \leqslant s_j \quad \forall i \in N, \; j \in F_i, \tag{14}$$

$$s_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in F, \tag{15}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \; j \in G_i. \tag{16}$$

فرمول بندی اصلاح شده شامل قیود و متغیرهای کمتری می باشد: تعداد متغیرهای انتساب (xij) از np به n(r + 1) کاهش می یابد؛ تعداد قیود نوع (۱۴) از np به nr کاهش می یابد. اثبات شده که این کاهش سرراست، در عمل بسیار موثر بوده و زمان محاسبات در همه ی تست های مقدماتی که ما انجام می دهیم را کاهش داده است. از این رو، هنگامی که در بقیه ی این مقاله به RIM رجوع می کنیم، منظور ما مخصوصا این فرمول بندی فشرده شده می باشد.

۵٫۲ تحکیم متغیر

مرجع [۳۶] بتازگی یک فرمول بندی مدل جدید برای مساله ی مکان p-میانی را به نام COBRA پیشنهاد کرده است. مدل COBRA متناسب با تعیین و تحکیم متغیرهای انتساب افزونگی تحکیم، تحت شرایط مجاورت خاصی، می باشد. بطور مشخص تر، مرجع [۳۶] نشان داده که دو تقاضا را می توان به یک سایت تاسیاست اختصاص داد اگر، این سایت دارای مرتبه ی نزدیکی یکسانی برای هر دو تقاضا باشد و اگر مجموعه ی سایت های نزدیک تر از سایت مورد نظر برای هر دو تقاضا، یکسان باشد. این "شرایط اختصاص معادل" در قضیه ی زیر فرمول بندی که اثبات آن در [۳۶] آورده شده است.

قضیه. اگر تاسیسات j، نزدیک ترین سایت k برای هر دو تقاضای s و t باشد، و اگر مجموعه ی k – 1 سایت های نزدیک تر برای s و t یکسان باشد، آنگاه در بهینگی xsj = xtj.

ویژگی بالاتحکیم برخی از متغیرها را ممکن می سازد، از این رو امکان کاهش در اندازه ی مساله ی کل، فراهم می شود. فرآیند تحکیم متغیر، تا حد زیادی اندازه ی مدل های p-میانی را کاهش می دهد. همچنین، اندازه ی این کاهش در مسایلی که در آنها نودهای تقاضا بسیار بیشتر از سایت های تاسیسات است، بسیار قابل توجه تر می باشد. این دقیقا مورد مساله ی RIM است، با داشتن اینکه بازدارندگی ها محدود به سایت های p که تاسیسات از پیش در آنها موجود بوده می باشد، و p در کل بسیار کوچکتر از تعداد نودها n است. ویژگی های مدل COBRA، مستقیما در مدل RIM نیز کاربرد دارد، که سپس می توان آن را به صورت زیر کاهش داد.

فرض کنید که همه ی متغیرهایی که مطابق با COBRA یکسان هستند، با بازرسی مرتبه ی نزدیکی سایت برای هر جفت تقاضاها، مشخص شده است. طبق این هم‌ارزی، متغیرهای انتساب اصلی را می توان با مجموعه ای کوچکتر از متغیرها جایگزین کرد. ما این مجموعه متغیرهای جدید را با v مشخص کرده و هر متغیر جایگزین جدید را به صورت xv نشان می دهیم. بعلاوه، فرض کنیم A مجموعه ی شاخص های متغیرهای جدید باشد؛ یعنی {پس از جایگزینی در مدار گنجانده شود $A=\{v|x_v$. رابطه ی بین متغیرهای قدیمی و متغیرهای جدید را می توان فرمول بندی کرده و با معرفی مجموعه ای جدید از پارامترها α_{ijv} که برای هر $i \in N$، j در Gi و $v \in A$ تعریف شده، به صورت زیر آن را نوشت:

اگر متغیر xij با متغیر انتساب جدید xv جایگزین شود، $\alpha_{ijv} = 1$ خواهد بود، در غیر این صورت $\alpha_{ijv} = 0$.

سپس RIM را می توان بر حسب متغیرهای جدید به صورت زیر فرمول بندی کرد:

$$\max \sum_{i\in N}\sum_{j\in G_i}\sum_{v\in A}\alpha_{ijv}a_i d_{ij}x_v \tag{17}$$

s.t.

$$\sum_{j\in F} s_j = r, \tag{18}$$

$$\sum_{j\in G_i}\sum_{v\in A}\alpha_{ijv}x_v = 1 \quad \text{for all } i \in N, \tag{19}$$

$$\sum_{h\in U_{ij}}\sum_{v\in A}\alpha_{ihv}x_v \leqslant s_j \quad \text{for all } i \in N \text{ and for all } j \in F_i, \tag{20}$$

$$s_j \in \{0,1\} \quad \text{for all } j \in F, \tag{21}$$

$$x_v \in \{0,1\} \quad \text{for all } v \in A. \tag{22}$$

مزایای محاسباتی